

MATEMÁTICAS

- Responda en el pliego del examen a **cuatro preguntas cualesquiera** de entre las ocho que se proponen. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2.5 puntos**.
- Indique en el pliego del examen la **agrupación de preguntas que responderá**: agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s)

Pregunta 1. Sea $a \in \mathbb{R}$ y $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$.

- (a) **(0.75 puntos)** Calcula el determinante y el rango de P para cada valor de a.
- (b) **(1 punto)** Para $a = 1$ ¿existe P^{-1} ? En caso afirmativo calcúlala.
- (c) **(0.75 puntos)** Para $a = 1$, calcula $\det(M)$ sabiendo que $PM = M^2$.

Pregunta 2. Dado $a \in \mathbb{R}$, se considera el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} x - y + az = -1 \\ 2x + y = 1 \\ y + 2z = 1 \end{array} \right\}$$

- (a) **(1 punto)** Discute el sistema según los valores de a.
- (b) **(0.75 puntos)** Resuelve el sistema para el caso $a = -3$ si es posible.
- (c) **(0.75 puntos)** Encuentra, en caso de que exista, un valor de a que verifique $x = 1$. Calcula la solución en ese caso.

Pregunta 3. Sean $A, B \in \mathbb{R}$ y $f(x) = \frac{x^2 + A}{Bx - 1}$. Se pide:

- (a) **(0.75 puntos)** Calcular A y B para que la gráfica de la función pase por el punto $(0, -3)$ y tenga un extremo relativo en $x = -1$.
- (b) **(1.25 puntos)** Para los valores de $A = 3$ y $B = 1$, estudia si la función tiene asíntotas y extremos relativos.
- (c) **(0.5 puntos)** Para los valores $A = 3$ y $B = 1$, y basándose en los resultados obtenidos en el apartado anterior, realice un esbozo de la función.

Pregunta 4. Se considera la función $f(x) = xe^{2x^2}$. Se pide:

- (a) **(1.5 puntos)** Calcula una primitiva de $f(x)$, que pase por el punto $(0, -1)$. (Sugerencia: Puedes utilizar el cambio de variable $t = 2x^2$)
- (b) **(1 punto)** Calcula el área encerrada por la gráfica de f, las rectas $x = 0$ y $x = 1$.

Pregunta 5. Sea s la recta de ecuación $x - 2 = \frac{y - 2}{-1} = z$, y r la recta que pasa por los puntos $A = (1, 0, 1)$ y $B = (2, 1, 2)$.

- (a) **(1 punto)** Indica la posición relativa de r y s.
- (b) **(0.75 puntos)** Calcula el plano paralelo a r y que contiene a s.
- (c) **(0.75 puntos)** Calcula la distancia entre las rectas r y s.

Pregunta 6. Dados dos planos $\pi \equiv x + y + z = 3$, $\pi' \equiv x + y = 3$ y el punto $A = (2, 1, 6)$

- (a) **(0.75 puntos)** Calcula un vector director y un punto de la recta r intersección de los planos π y π' .
- (b) **(1 punto)** Calcula el punto P de π tal que el segmento AP es perpendicular al plano π .
- (c) **(0.75 puntos)** Calcula el punto A' simétrico de A respecto del plano π .

Pregunta 7. Una imprenta compra la tinta a dos empresas distintas. En la empresa A compra el 60% de sus pedidos, y el resto a la empresa B. Se observa que el 1.6% de las cajas de tinta de la empresa A llegan con defecto, mientras que de la empresa B sólo el 0.9% son defectuosas. Se toma una caja al azar:

- (a) **(1.25 punto)** Calcula la probabilidad de que la caja sea defectuosa.
- (b) **(1.25 puntos)** Si la caja seleccionada no es defectuosa, calcule la probabilidad de que se haya comprado a la empresa A.

Pregunta 8. Las calificaciones de la asignatura Análisis Matemático I de la Facultad de Matemáticas siguen una distribución $N(5, 2)$.

- (a) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que un estudiante haya obtenido una nota mayor o igual que 7.5.
- (b) **(0.75 puntos)** Calcula la probabilidad de que un estudiante haya obtenido una nota entre 3 y 5.
- (c) **(1 punto)** Se modifica sistema de enseñanza de forma que la desviación típica ahora es 1.5 y la probabilidad de obtener una nota menor o igual que 6, sea 0.52. ¿Cuál sería la nueva media? ¿Ha funcionado el sistema aplicado?

* Algunos valores de la función de distribución $N(0, 1)$ son: $F(x) = P(Z \leq x)$, $F(0) = 0.5$, $F(1.25) = 0.8944$, $F(0.05) = 0.52$, $F(0.52) = 0.6985$, $F(0.8944) = 0.8133$, $F(1) = 0.8413$.